2016/2017

حلقة بحث في مادّة الفيزياء

بعنوان:

ميكانيك السّوائل ومعادلات نافييه ستوكس

FLUID MECHANICS AND NAVIER STOKES EQUATIONS

تقديم الطّالب: سليمان محمود

إشراف المدرّس: محمود نوح

مخطط البحث

- المقدّمة.
- إشكاليّة البحث.
- الباب الأوّل: مدخل إلى علم ميكانيك السّوائل.
  - الفصل الأوّل: ميكانيك السّوائل السّاكنة.
  - الفصل الثّاني: ميكانيك السّوائل المتحرّكة.

    1_ الجريان المستقر.

    2-الجريان غير المستقر.
- الباب الثّاني: بعض الخاصيّات المتعلّقة بعلم ميكانيك السّوائل.
  - الفصل الثّالث: خاصّيّة الأواني المستطرقة ودافعة أرخميدس.
  - الفصل الرّابع: قانون باسكال (انتقال الضّغط في السّائل).
- الباب الثّالث: معادلات في ميكانيك السّوائل.
  - الفصل الخامس: معادلة الاستمراريّة.
  - الفصل السّادس: معادلة برنولي.
  - الفصل السّابع: معادلات نافييه ستوكس.
- الخاتمة.
- النتائج والمقترحات.
- المراجع.
- الفهارس.

• المقدّمة:

إنَّ للمادّة ثلاث حالات يمكن ملاحظتها في حياتنا اليوميّة وهي: الصّلبة، السّائلة، الغازيّة.

حيث تختلف المادّة السّائلة عن الصّلبة بقوى التّجاذب بين جزيئات المادّة، حيث تكون قوى التّجاذب في المادّة السّائلة ضعيفة مقارنةً بالقوى الموجودة بين جزيئات المادّة الصّلبة، وهذا يتيح لجزيئات المادّة السّائلة حرّيّة الحركة (الجريان)، بحيث يأخذ السّائل شكل الوعاء الّذي يوضع فيه.

وهنا تكمن أهميّة دراسة علم ميكانيك السّوائل (السّاكنة والمتحرّكة) في تطبيقاته المتعدّدة، كبناء السّفن والغواصات والصّرف الصّحي وغيرها.

ويقسم ميكانيك السّوائل إلى قسمين سنتعرّف على أقسامه وخواصّه وأهم المعادلات لدراسته في البحث التّالي.

• إشكالية البحث:

هل تمعّنت يوما ما بحركة جريان الماء خلف قارب أو سفينة؟

ألم تتساءل كيف تتم هذه الحركة وما القوانين الّتي تنظّمها أو لماذا يخرج الماء من فتحة في أسفل خزّان بسرعة دون تطبيق قوّة عليه؟

إنّه ميكانيك السّوائل...حيث سنتعرّف في البحث التّالي على:

1_ميكانيك السّوائل وأقسامه.

2_خواص كل قسم من أقسام ميكانيك السّوائل.

3_الأواني المستطرقة وخاصيّتها.

4_دافعة أرخميدس.

5_قانون باسكال وتطبيقاته.

6_معادلة الاستمراريّة ونظريّة برنولي للجريان المستقرّ.

7-معادلات نافييه-ستوكس للموائع (الماء خلف القارب مثلا).

الباب الأوّل

مدخل إلى علم ميكانيك السّوائل

- ✓ الفصل الأوّل: ميكانيك السّوائل السّاكنة.

- ✓ الفصل الثّاني: ميكانيك السّوائل المتحرّكة.

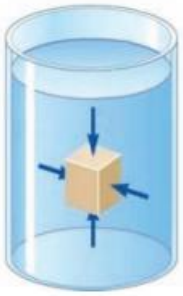
1_الجريان المستقرّ.

2_الجريان غير المستقر.

الباب الأوّل

الفصل الأوّل

• ميكانيك السّوائل السّاكنة:[1]



الشّكل 1

سنحتاج في دراسة ميكانيك السّوائل السّاكنة معرفة مفهوم مايسمّى الجسيم السّائل.

الجسيم السّائل: هو جزء من السّائل، أبعاده كبيرة بالنّسبة لجزيئات السّائل، وصغيرة جدّاً بالنّسبة لأبعاد السّائل.

- ضغط السّائل المتوازن على نقطة في داخله:

إذا كان جسيم سائل موجود داخل سائل ساكن، إنّه يخضع لتأثير من جميع الجسيمات المجاورة له من جميع الاتّجاهات وتكون محصّلتها معدومة.

لإيجاد الضّغط داخل السّائل متجانس ساكن نأخذ نقطة a واقع داخل السّائل على عمق h من سطح هذا السّائل، ونأخذ s سطحاً افقيّاً موازياً لسطح هذا السّائل حيث تنتمي إليه النّقطة، فإنَّ ثقل عمود هذا السّائل w يسبب ضغطاً P حيث يعطى بالعلاقة:

$$(1)....\mathrm{P}=\frac{F}{S}$$

و $F=w=mg$ و $m=\rho V$ و $V=s.h$

ومنه كتلة عمود السّائل: $m=\rho s.h$ $\Leftarrow$ ثقل عمود السّائل: $w=\rho s.hg$

[1] الفيزياء/كتاب الطّالب/ الصّف الثّالث الثّانوي/ صـــ58/عام 2013/2012

ومنه: $P = \frac{w}{s} = \frac{\rho s.hg}{s} \Leftarrow P = \rho hg$.

وهو ضغط السّائل عند النّقطة a.

ولكن في هذه الحالة نكون قد حسبنا الضّغط النّاتج عن ثقل عمود من السّائل فقط، ولكن سطح السّائل معرّض للهواء أيّ أنّه يخضع لضغط الجويّ P_0، لذلك يجب حساب الضّغط الكلّيّ P_{total} عند تلك النّقطة، وهو مجموع ضغطين الأوّل هو ضغط ثقل عمود من السّائل، والثّاني هو الضّغط الجوي:

$$P_{total} = P + P_0 \Rightarrow P_{total} = \rho hg + P_0 .$$

ومن هذه العلاقة نلاحظ أنَّ P_0و gو ρ هي ثوابت أيّ أنَّ الضّغط الكليّ يتعلّق فقط بالارتفاع، أيّ أنَّ ضغط السّائل المتجانس والمتوازن متساوٍ عند جميع النّقاط الواقعة في مستوي أفقي نفسه من هذا السّائل، ويزداد ضغط السّائل كلما زاد الارتفاع.

وبإمكاننا التحقّق من تجربة:

حيث نأخذ وعاء، ونحدث فيه عدّة ثقوب فنلاحظ تدفّق الماء من الثّقب ذو البعد الشّاقولي الأكبر عن سطح السّائل يخرج الماء منه بسرعة أكبر وذلك بسبب الضّغط الكبير.

الفصل الثّاني

• ميكانيك السّوائل المتحرّكة:

خط الانسياب: وهو مجموعة النّقاط الّتي تبيّن مسار الجسيم السّائل وتمس في كل نقطة من نقاطه شعاع السّرعة.

أنبوب التّدفق: وهو خط وهميّ يحيط بجميع خطوط الانسياب بحيث يكون عموديّاً على خطوط الانسياب.

لميكانيك السّوائل المتحرّكة نوعين:

1_ الجريان المستقرّ (المنتظم):

وهو الجريان الّذي تكون به السّرعة ثابتة في كل نقطة مع مرور الزّمن ولكنّها تختلف من نقطة إلى أخرى.

فمثلاً نأخذ ثلاث نقاط داخل سائل a، b، c، وحدّدنا أشعّة السّرعة في تلك النّقاط فنلاحظ أنّها لاتتغيّر مع مرور الزّمن.

$\vec{v}_a(t_1)=\vec{v}_a(t_2)$ و $\vec{v}_b(t_1)=\vec{v}_b(t_2)$ و $\vec{v}_c(t_1)=\vec{v}_c(t_2)$.

2_ الجريان غير المستقرّ:

وهو الجريان الّذي تكون فيه بعض مميّزات السّائل كسرعة عند نقطة ما متغيّرة مع مرور الزّمن.

فمثلاً عندما نقوم بإفراغ الماء الموجود ضمن قمع مخروطي الشّكل نرى أنَّ سرعة خروج الماء من فتحة القمع تتغيّر بتغيير ارتفاع الماء في القمع، وهذا مايسمّى بالجريان غير المستقرّ.

الباب الثّاني

بعض الخاصيّات المتعلّقة بعلم ميكانيك السّوائل

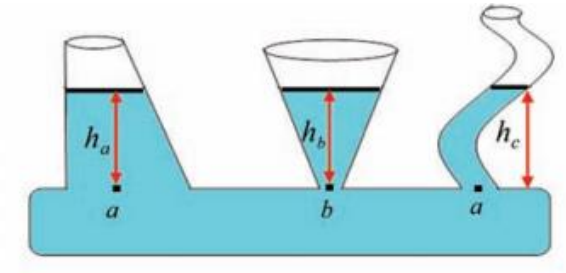
- ✓ الفصل الثالث: خاصّيّة الأواني المستطرقة ودافعة أرخميدس.

- ✓ الفصل الرابع: قانون باسكال (انتقال الضّغط في السّائل).

الفصل الثّالث

• خاصّيّة الأواني المستطرقة ودافعة أرخميدس:[2]

1_الأواني المستطرقة:



الشّكل 2

يقع السّطح الحرّ للسّائل المتوازن في مستو أفقي واحد حيث أنَّ نقاطه تخضع للضّغط ذاته (الضّغط الجوّيّ)، فمثلاً النّقاط a وb وc وd في مستو أفقيّ واحد لها الضّغوط ذاتها.

$$P_a = P_b = P_c = P_d$$

$$P_a = \rho h_a g + P_0$$
$$P_b = \rho h_b g + P_0$$
$$P_c = \rho h_c g + P_0$$
$$P_d = \rho h_d g + P_0$$

$$h_a = h_b = h_c = h_d \Leftarrow$$

ومنه نستنتج أنَّ ارتفاع السّائل يجب أن يكون متساوٍ في جميع فروع الإناء بغض النّظر عن شكل الإناء.

2_دافعة أرخميدس:

جميعنا يعلم أنَّ الجسم المغمور في سائل يفقد جزء من وزنه، المثال السّابق يوضّح لنا وجود قوى تؤثّر على الجسم وهي وزن الجسم وتتّجه نحو الأسفل وقوّة دفع المائع للجسم وتتّجه نحو الأعلى.

القوّة الدّافعة تنتج لأنَّ الضّغط داخل المائع يتعلّق بالعمق الشّاقولي تحت السّطح الحر له.

[2] الفيزياء العامّة/1/ / عام 2011/2010 / صـ290.

ليكن لدينا جسم اسطواني ارتفاعه h مساحة مقطعه S مغمور كلّيّاً في سائل كتلته الحجميّة ρ_f إنَّ القوى الّتي تؤثّر على هذا الجسم هي:

1_ قوى متعاكسة تؤثّر على السّطح الجانبي للأسطوانة ومحصّلتها تكون معدومة.

2_ على الوجه العلوي يؤثّر السّائل بضغط $P_1 = \rho_f g.h_1$ إلى الأسفل ويولّد قوّة:

$$F_1 = P_1 S = \rho_f g.h_1 S .$$

3_ الوجه السّفلي يؤثّر السّائل بضغط $P_2 = \rho_f g.h_2$ إلى الأعلى ويولّد قوّة:

$$F_2 = P_2 S = \rho_f g.h_2 S$$

وبما أنَّ الجسم متوازن داخل السّائل فإنَ:

$$F_B = F_2 - F_1$$

وهي تمثّل القوّة الدّافعة...عندئذٍ:

$$F_B = F_2 - F_1 = \rho_f g.S(h_2 - h_1) = \rho_f g.S.h = \rho_f gV$$

حيث: $V = sh$ وهو حجم الاسطوانة

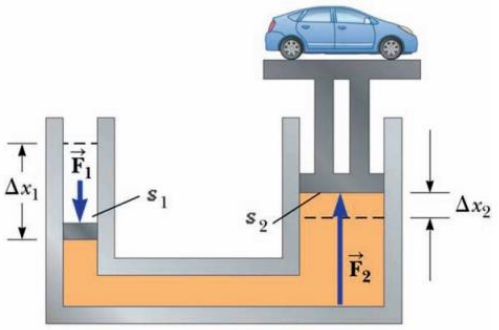
$\rho_f = m_f / V$ الكتلة الحجمية للمائع.

ومنه: $F_B = \rho_f gV = m_f g$

نلاحظ من هذه العلاقة أن القوّة الدّافعة تساوي إلى وزن المائع المزاح وهي لا تتعلق بشكل الجسم المغمور، وأوّل من بيّن هذه الحقيقة هو العالم أرخميدس لذلك تسمّى قانون ارخميدس.

الفصل الرابع

• قانون باسكال:



الشّكل 3

لنتحدّث عن مبدأ رافعة السّيارات:

تتألف رافعة السّيّارات من أسطوانتين، تتّصل الأسطوانتان بأنبوب، وتكون كل من الأسطوانتين مغلقة بمكبس يمكنه الحركة دون احتكاك، تملأ الأسطوانتين والأنبوب بالزّيت الّذي نفترضه غير قابل للانضغاط.

فعندما نطبّق قوّة صغيرة على السّطح الأوّل(الصّغير) تسبّب ضغطاً ينتقل عبر السّائل إلى السّطح الكبير مسبّباً قوّة كبيرة تسبّب ضغطاً.

بما أن $P_1 = P_2$ (حسب قانون باسكال).

نعوّض: $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$ ومنه: $F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1$.

وبما أنَّ $S_2 \rangle S_1$ فإنَّ $F_2 \rangle F_1$ وهذا ما ندعوه بتضخيم القوّة، لذلك نتمكّن من رفع سيّارة بتطبيق قوّة صغيرة على المكبس ذي السّطح الصّغير.

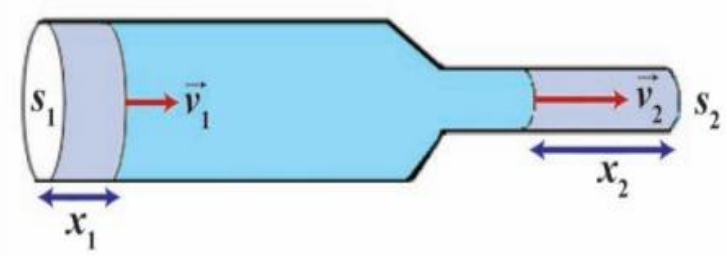
الباب الثّالث

معادلات في ميكانيك السّوائل.

- ✓ الفصل الخامس: معادلة الاستمراريّة.
- ✓ الفصل السّادس: معادلة برنولي.
- ✓ الفصل السّابع: معادلات نافييه ستوكس.

الفصل الخامس

• معادلة الاستمراريّة:



الشّكل 4

عندما يتحرّك سائل داخل أنبوب، مساحة مقطع طرفه الأوّل تختلف عن مساحة مقطع طرفه الثّاني، فإنَّ كميّة السّائل الّتي تدخل في طرفه الأوّل خلال مدّة زمنيّة معيّنة تساوي كميّة السّائل الّتي ستخرج من الطّرف الثّاني للأنبوب خلال المدّة الزّمنيّة نفسها.

نعرّف المنسوب الكتلي Q أنّه كميّة السّائل الّتي تعبر مقطع الأنبوب خلال واحدة الزّمن $Q = \frac{m}{\Delta t}$.

وتقدّر بوحدة ال: $kg.s^{-1}$، وعند تقديرها بواحدة $m^3.s^{-1}$ عندها تدعى التّدفّق الحجمي أو معدّل الضّخ، لدينا:

$$Q_1 = Q_2$$
$$\frac{m_1}{\Delta t} = \frac{m_2}{\Delta t} \Rightarrow$$
$$m_1 = m_2; m_1 = \rho V_1$$
$$V_1 = s_1 x_1 t \quad _1 = \quad _1\Delta \quad vx \text{و}$$
$$(7)....m_1 = \rho s_1 v_1 \Delta t \Rightarrow (8)...m_2 = \rho s_2 v_2 \Delta t$$

نعوّض في $m_1 = m_2$ نجد: $s_1 v_1 = s_2 v_2$

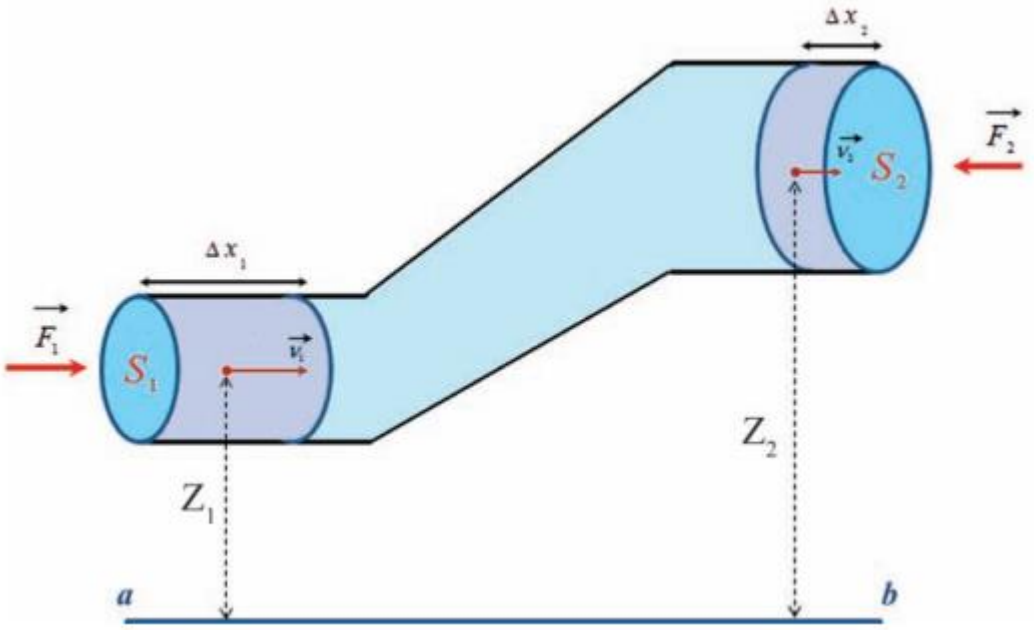
التعميم: $Q = s_1 v_1 = s_2 v_2 = const$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{s_2}{s_1}$$

حيث هذا يدل على أنَّ سرعة انسياب المائع تزداد عندما تنقص مساحة سطحه الّذي يتدفق منه.

الفصل السّادس.

- معادلة برنولي:



الشّكل 5

انحفاظ الطّاقة على سائل يتدفّق بشكل منتظم خلال أنبوب هو المبدأ الّذي نتجت عنه معادلة برنولي.

إنَّ مجموع الضّغط والطّاقة الكامنة الثّقاليّة والطّاقة الحركيّة مقدار ثابت لواحدة الحجوم في كل نقطة من نقاط خط الانسياب في الجريان المستقر.

عند دخول سائل كتلته الحجميّة ρ ضمن أنبوب مساحة مقطعه s_1 بتأثير قوّة $\overrightarrow{F_1}$ ليتحرّك بسرعة $\overrightarrow{v_1}$ قاطعاً مسافة Δx_1 باعتبار أنَّ فوّهة الأنبوب ترتفع عند المستوي الأفقي z_1.

وعند خروجه من أنبوب مساحة مقطعه s_2 بسرعة $\overrightarrow{v_2}$ قاطعاً مسافة Δx_2 يتعرّض السّائل لقوّة معيقة $\overrightarrow{F_2}$ ويرتفع الأنبوب عن المستوي الأفقي ارتفاعاً z_2.

إنَّ العمل المنجز عند دخول السّائل:

$$W_1 = F_1 \Delta x_1$$
$$P_1 = \frac{F_1}{s_1} \Rightarrow F_1 = P_1 S_1$$
$$W_1 = P_1 . s_1 . \Delta x_1$$
$$W_1 = P_1 . \Delta v$$

وإنَّ العمل المنجز عند خروج السّائل:

$$F_2 = P_2 . s_2$$
$$W_2 = -P_2 . s_2 . \Delta x_2$$
$$W_2 = -P_2 . \Delta v$$

يكون العمل الكلّيّ المنجز:

$$W = W_1 + W_2$$
$$W = P_1 . \Delta v - P_2 \Delta v$$
$$W = \Delta v \, (P_1 - P_2)$$

وأنَّ العمل المنجز يعبّر عن الطّاقة الميكانيكيّة:

$$W = E = \Delta EK + \Delta EP$$

$$\Delta EK = EK_2 - EK_1$$

حيث ΔEK التّغيّر بالطّاقة الحركيّة $\Delta EK = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$

$$\Delta EP = EP_2 - EP_1$$

وأنَّ $\Delta EP = \Delta m . g . Z_2 - \Delta m . g . Z_1$

نعوّض في $W = \Delta EK + \Delta EP$

$$(P_1 - P_2).\Delta v = \frac{1}{2}.\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}.\Delta m v_1^2 + \Delta m.g.Z_2 - \Delta m.g.Z_1$$

ومن أجل واحدة الحجوم نقسّم طرفي المساواة على Δv ولدينا الكتلة الحجميّة $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta v}$

$$(P_1 - P_2) = \frac{1}{2}.\frac{\Delta m}{\Delta v} v_2^2 - \frac{1}{2}.\frac{\Delta m}{\Delta v} v_1^2 + \frac{\Delta m}{\Delta v}.g.Z_2 - \frac{\Delta m}{\Delta v}.g.Z_1$$

$$P_1 + \frac{1}{2}.\rho v_1^2 + \rho.g.Z_1 = P_2 + \frac{1}{2}.\rho v_2^2 + \rho.g.Z_2$$

$$P + \frac{1}{2}.\rho v^2 + \rho.g.Z = const$$

حالات خاصّة:

1_ عندما يتم الجريان في مستو أفقي واحد:

$$P_1 + \frac{1}{2}.\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}.\rho v_2^2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}.\rho.(v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow v_2^2 - v_1^2 = \frac{2}{\rho}.(P_1 - P_2)$$

2_ عندما يتم الجريان تحت ضغط ثابت:

بنفس الطّريقة:

$$\frac{1}{2}.\rho v_1^2 + \rho.g.Z_1 = \frac{1}{2}.\rho v_2^2 + \rho.g.Z_2$$

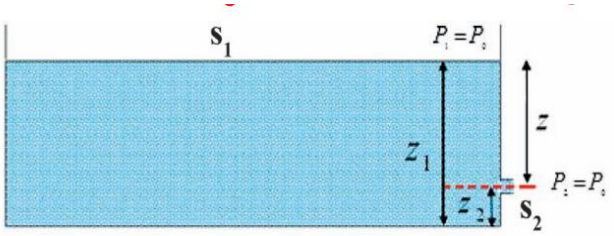
$$\frac{1}{2} v_1^2 + g.Z_1 = \frac{1}{2} v_2^2 + g.Z_2$$

$$v_2^2 - v_1^2 = 2g.(Z_1 - Z_2)$$

عندما $s_1 >> s_2 \Rightarrow v_1 << v_2$

لذلك تهمل السّرعة الأولى أمام السّرعة الثّانية:

$$v_2^2 - 0 = 2g.(Z_1 - Z_2)$$
$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{2.g.Z}$$



الشّكل 6

الفصل السّابع

- ## معادلات نافييه ستوكس:

لعل أغلبنا قد سمع عن مسائل الميلينيوم السّبعة وهي:[3]

1_ حدسية بيرخ_داير.

2_Yang mills.

3_حدسيّة هودج (Hudg conjecture).

4_Navier-stokes.

5_فرضيّة ريمان (Riemann Hypothesis).

6_هل P=Pn؟ (مسألة كثير الحدود غير القطعي).

7_حدسية بوانكاريه (poincare conjecture).

نافييه-ستوكس:

في حياتنا اليومية نلاحظ الكثير من الظواهر الفيزيائية كحركة المياه عندما تعبر السفينة البحر أو التيارات الهوائية المضطربة التي تسير معنا أثناء رحلتنا بالطائرة. يعتقد علماء الرياضيات والفيزياء أنهم قد تمكنوا من تفسير هذه الظواهر والتنبؤ بغيرها من خلال المعادلات الشهيرة "معادلات نافييه-

[3] http://www.syr-res.com/subcat/165.html 25/12/2016 7:19 PM

ستوكس " المنسوبة للعالميين الذين وضعاها "كلود لويس نافييه" و"جورج جابرييل ستوكس" والتي تصف حركة الموائع (الماء، الهواء..).

وعلى رغم من أن هذه المعادلات قد وجدت في القرن التاسع عشر لكن حتى الآن ما يزال فهم العلماء لها ضعيفاً. ويتمثل التحدي الحقيقي للعلماء في تقديم نظرية رياضية قادرة على فهم وتفسير العلمي لهذه المعادلات.

معادلات نافييه–ستوكس هي معادلات غير خطية تصف حركة الموائع النيوتونية، حيث تحدد مثلا حركة الهواء، التيارات البحرية، تسرب المياه عبر الأنابيب. أخذت هذه المعادلات اسمها من فيزيائيين هما كلود نافييه وجورج جابرييل ستوكس.

تنتج هذه المعادلات من تطبيق قانون نيوتن الثاني على حركة الموائع، بافتراض أن إجهاد المائع هو مجموع انتشار اللزوجة (متناسبا مع تغير السرعة) بالإضافة إلى الضغط.

تعتبر معادلات نافييه–ستوكس من أهم المعادلات الفيزيائية حيث تصف عدد كبير من الظواهر ذات التطبيقات في العديد من المجالات البحثية والتطبيقية، وقد تستخدم في نمذجة الطقس، جريان السوائل في المجاري والأنابيب، جريان الغازات حول الأجسام الطائرة، حركة النجوم في المجرة.

تعتبر معادلات نافييه–ستوكس أيضاً هامة من الناحية الرياضية بسبب تطبيقاتها الواسعة، حيث إلى اليوم لم ينجح في برهنة وجود حل دائم لمعادلات نافييه–ستوكس في الفضاء الثلاثي الأبعاد، أو عدم وجود نهاية أو انقطاع في الحل إن كان غير موجود.

محاولات في حل معادلة نافييه–ستوكس:

قال عالم الرياضيات الكازاخستاني مختار باي أوتيلبايف أنه وجدا حلا لمعادلة نافييه – ستوكس.

ونشر مقالة تضم هذا الحل بعنوان "يوجد حل قوي لمعادلة نافييه – ستوكس" في "مجلة الرياضيات".

وأشار زملاء أوتيلبايف من معهد الرياضيات والتصميم الرياضي التابع لوزارة التعليم والعلم الكازاخستانية إلى أن هذا الحل يجب أن يحصل على اعتراف عالمي.

- الخاتمة:

بعد التّعرّف على علم ميكانيك السّوائل وخواصّه وبعض معادلاته نكون أدركنا أهميّته في حياتنا اليوميّة وعرفنا أنّنا نستخدمه من دون علم فمثلاً عندما نسقي النباتات باستخدام خرطوم فعندما نريد إيصال الماء لمسافة أبعد فإنّنا نغلق قسم من فوّهة الخرطوم وهذا يكون تطبيق مباشر لمعادلة الاستمراريّة، وكذلك الأمر عندما نفتح النّافذة قليلاً فإنَّ الهواء يتدفّق بشكل سريع منها، وتعرّفنا على مبدأ عمل رافعة السّيّارات، وغيرها الكثير من المظاهر اليوميّة.

- النّتائج والمقترحات:

التّعرّف على:

1_ قسميّ ميكانيك السّوائل وخوّاص كل منهما.

2_خاصيّة الأواني المستطرقة واستنتاج كيفيّة تساوي ارتفاع السّائل فيها.

3_دافعة أرخميدس وشدّتها وتأثيرها على الأجسام.

4_قانون باسكال وأهم تطبيقاته ألا وهي (رافعة السّيارات).

5_معادلة برنولي في الجريان المستقر ومعادلة الاستمراريّة.

6_مسائل الميلينيوم السّبعة ومعادلة نافييه ستوكس.

وتوصلنا إلى أنَّ:

ميكانيك السّوائل ذو أهميّة كبيرة في تطبيقات الحياة اليوميّة، وخاصّة في تفسير ظواهر عديدة كـ(جريان السّائل بسرعة من أسفل خزّان من خلال فوّهة صغيرة، وصول الماء لمسافة أبعد عند تصغير فوّهة الخروج،...)

أمّا بالنّسبة لمعادلات نافييه–ستوكس وغيرها من مسائل الميلينيوم السبعة فإنّها لحد الآن لم يتوصّل أحد إلى حل مسألة منها، لكن وجدت العديد من المحاولات لحلّها كما ذكرنا في بحثنا السّابق، أمّا فرضية بوانكاريه فقط هي الّتي أُعترف بحلّها تماماً ومنحت جائزة الحل على هذا الاكتشاف للعالم الروسي غريغوري بيريلمان.

فهرس الأشكال

الشّكل(1)	ضغط السّائل عل نقطة داخله
الشّكل(2)	الأواني المستطرقة وتساوي ارتفاع السّائل
الشّكل(3)	رافعة السّيّارات تطبيق مباشر لقانون باسكال
الشّكل(4)	شكل توضيحي لمعادلة الاستمراريّة.
الشّكل(5)	شكل توضيحي لمعادلة برنولي.
الشّكل(6)	شكل توضيحي لمعادلة برنولي (تحت ضغط ثابت).

المراجع

الإلكترونيّة:

1_ http://www.syr-res.com/subcat/165.html

25/12/2016 8:33 PM

2_ res://ieframe.dll/defaultbrowser.htm

24/12/2016 7:00 PM

3_ http://www.syr-res.com/article/7261.html

17/10/2016 PM 12:12

4_http://www.syr-res.com/article/5612.html

14/10/2016 1:46 PM

الورقيّة:

1_ كتاب الصّف الثّالث الثّانويّ/كتاب الطّالب/عـام 2013/2012

2_الفيزياء العامّة /1/ (الدّكتور مفيد عبّاس/ الدّكتور زياد رستم)..2011/2010.

الفهرس

الصّفحة	العنوان
1	مخطط البحث
2	المقدّمة
3	إشكاليّة البحث
4	الباب الأوّل مدخل إلى علم ميكانيك السّوائل
5	الفصل الأوّل: ميكانيك السّوائل السّاكنة
7	الفصل الثّاني: ميكانيك السّوائل المتحرّكة
8	الباب الثّاني بعض الخاصيّات المتعلّقة بعلم ميكانيك السّوائل
9	الفصل الثالث: خاصّيّة الأواني المستطرقة ودافعة أرخميدس

11	الفصل الرابع: قانون باسكال
12	الباب الثّالث معادلات في ميكانيك السّوائل.
13	الفصل الخامس: معادلة الاستمراريّة
15	الفصل السّادس: معادلة برنولي
19	الفصل السّابع: معادلات نافييه ستوكس
22	الخاتمة
23	النّتائج والمقترحات
24	فهرس الأشكال
25	المراجع